

Задание 1

Решите уравнение $\cos \frac{\pi(x-7)}{3} = \frac{1}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

Задание 2

Найдите корень уравнения $2^{\log_{16}(9x+4)} = 5$.

Задание 3

Найдите $\frac{p(b)}{p(\frac{1}{b})}$, если $p(b) = (b + \frac{3}{b})(3b + \frac{1}{b})$. При $b \neq 0$.

Задание 4

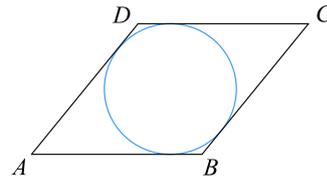
Найдите $\frac{g(2-x)}{g(2+x)}$, если $g(x) = \sqrt[3]{x(4-x)}$ при $|x| \neq 2$.

Задание 5

Найдите значение выражения $(1 - \log_2 12)(1 - \log_6 12)$.

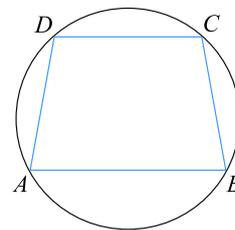
Задание 6

Сторона ромба равна 1, острый угол равен 30° .
Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.



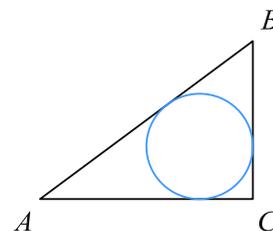
Задание 7

Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 6. Радиус описанной окружности равен 5. Центр окружности лежит внутри трапеции. Найдите высоту трапеции.



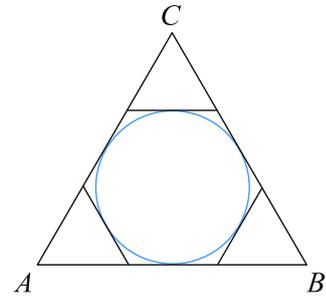
Задание 8

Катеты равнобедренного прямоугольного треугольника равны $2 + \sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.



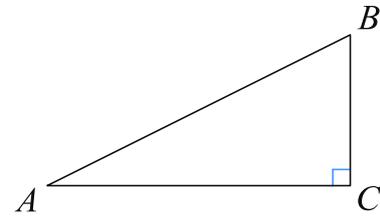
Задание 9

К окружности, вписанной в треугольник ABC , проведены три касательные. Периметры отсечённых треугольников равны 6,8,10. Найдите периметр данного треугольника.



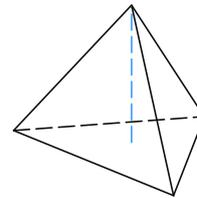
Задание 10

В прямоугольном треугольнике ABC катет AC равен $\sqrt{3}$. Найдите скалярное произведение $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.



Задание 11

В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 4, а сторона основания равна 6. Найдите высоту пирамиды.



Задание 12

Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 30$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана - в пределах от 150 до 180 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было четким. Ответ дайте в сантиметрах.

Задание 13

Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$, где p_1 и p_2 — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях, V_1 и V_2 — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 1,6 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

Задание 14

Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где t – время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 120^\circ/\text{с}$, фаза $\varphi = -30^\circ$. Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

Задание 15

Смешав 30-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 30-процентного раствора использовали для получения смеси?

Задание 16

Первый велосипедист выехал из поселка по шоссе со скоростью 15 км/ч. Через час после него со скоростью 10 км/ч из того же поселка в том же направлении выехал второй велосипедист, а еще через час после этого третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 2 часа 20 минут после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

Задание 17

Игорь и Паша могут покрасить забор за 9 часов. Паша и Володя могут покрасить этот же забор за 12 часов, а Володя и Игорь – за 18 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

Задание 18

Найдите наибольшее значение функции $y = \log_5(4 - 2x - x^2) + 3$.

Задание 19

Найдите наименьшее значение функции $y = 5 \sin x + \frac{24}{\pi}x + 6$ на отрезке $[-\frac{5\pi}{6}; 0]$.

Задание 20

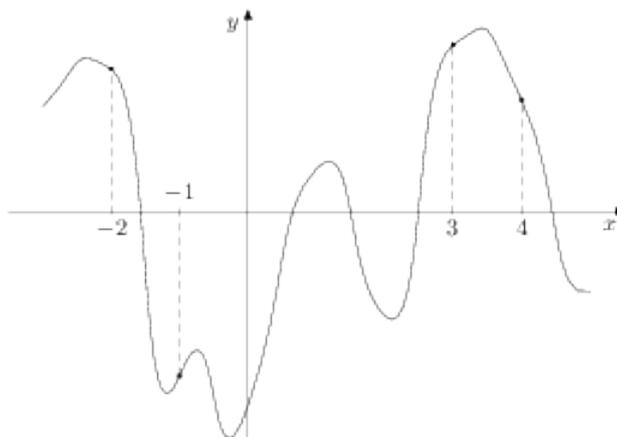
Найдите наименьшее значение функции $y = e^{2x} - 10e^x + 6$ на отрезке $[1; 2]$.

Задание 21

Найдите точку максимума функции $y = (2x - 3) \cos x - 2 \sin x + 5$ принадлежащую промежутку $(0; \frac{\pi}{2})$.

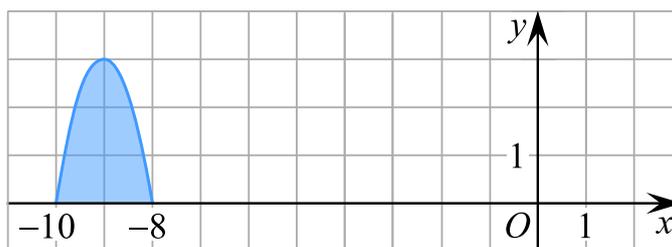
Задание 22

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки $-2, -1, 3, 4$. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



Задание 23

На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$. Функция $F(x) = -x^3 - 27x^2 - 240x - 8$ - одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.



Задание 24

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате закончится кофе, равна 0,3. Такова же вероятность того, что кофе закончится во втором автомате. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Задание 25

Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов - математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов - математика, русский язык и обществознание. Вероятность того, что абитуриент З. получит не менее 70 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку - 0,8, по иностранному языку - 0,7 и по обществознанию - 0,5.

Найдите вероятность того, что З. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей

Задание 26

При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 86% случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 94% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 10% пациентов, направленных на тестирование. При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?

Задание 27

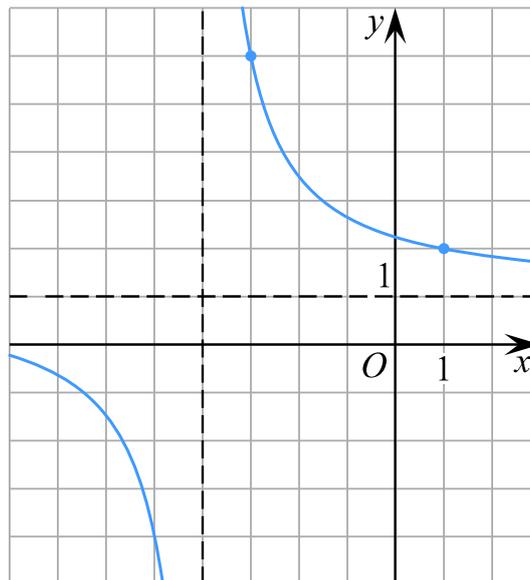
При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,6, а при каждом последующем - 0,9. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,97?

Задание 28

За круглый стол на 26 стульев в случайном порядке рассаживаются 24 мальчика и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом.

Задание 29

На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{kx+a}{x+b}$. Найдите k .



Задание 30

На рисунке изображены графики функций $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке A . Найдите ординату точки A .

